

## 2007 年 1 月联考数学真题

### 一. 问题求解

1. 如果方程  $|x| = ax + 1$  有一个负根, 那么  $a$  的取值范围是 ( )。

- A  $a < 1$     B  $a = 1$     C  $a > -1$     D  $a < -1$     E 以上的结论均不正确

【参考答案】C

【知识点】含绝对值的方程

【名师讲解】依题意,  $x < 1$ , 所以  $|x| = ax + 1 \Rightarrow -x = ax + 1 \Rightarrow x = \frac{-1}{a+1} < 0 \Rightarrow a > -1$  故排除后选 C

2. 设变量  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的算术平均值为  $\bar{x}$ , 若  $\bar{x}$  为定值, 则诸  $x_i (i=1, 2, \dots, 10)$  中可以任意取值的变量有 ( )。

- A 10 个    B 9 个    C 2 个    D 1 个    E 0 个

【参考答案】B

【知识点】算术平均值, 多元一次方程

【名师讲解】变量  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的算术平均值为  $\bar{x}$ , 得到  $x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 10\bar{x}$ , 由于  $\bar{x}$  为定值, 说明其中 9 个可以任意取, 最后一个根据其他数值来保证所有的和为定值, 选 B

3. 甲、乙、丙三人进行百米赛跑 (假设他们的速度不变), 甲到达终点时, 乙距终点还差 10 米。丙距终点还差 16 米。那么乙到达终点时, 丙距终点还有 ( )。

- A  $\frac{22}{3}$  米    B  $\frac{20}{3}$  米    C  $\frac{15}{3}$  米    D  $\frac{10}{3}$  米    E 以上结论均不正确

【参考答案】B

【知识点】多个对象运动问题

【名师讲解】由于时间相同, 速度与路程成正比, 根据比例法则  $90:84=100:x$ , 得到  $100 - x = \frac{20}{3}$ , 选 B

4. 修一条公路, 甲队单独施工需要 40 天完成, 乙队单独施工需要 24 天完成, 现两队同时从两端开工, 结果在距该路中点 7.5 公里处会合完工。则这条公路的长度为 ( )

- A 60 公里    B 70 公里    C 80 公里    D 90 公里    E 100 公里

【参考答案】A

【知识点】求总工作量

【名师讲解】设公路的长度为  $x$ , 甲完成了  $x - 7.5$ , 乙完成了  $x + 7.5$ , 则  $\frac{x-7.5}{40} = \frac{x+7.5}{24}$ , 解得  $x = 60$

5. 某自来水公司的水费计算方法如下: 每户每月用水不超过 5 吨的, 每吨收费 4 元, 超过 5 吨的,

每吨收取较高标准费用。已知9月份张家的用水量比李家的用水量多50%，张家和李家的水费分别是90元和55元，则用水量超过5吨的收费标准是（ ）

- A 5元/吨    B 5.5元/吨    C 6元/吨    D 6.5元/吨    E 7元/吨

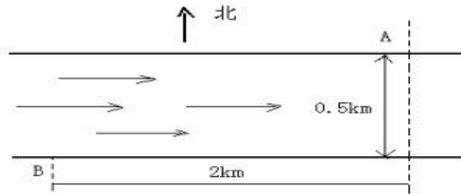
【参考答案】E

【知识点】水费的分段计算

【名师讲解】两户用水都超过5吨，设李家用 $x$ 吨，则张家为 $1.5x$ 吨，超出5吨的收费标注为 $u$ ，

$$\begin{cases} 5 \times 4 + (x - 5)u = 55 \\ 5 \times 4 + [(50\% + 1)x - 5]u = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xu - 5u = 35 \\ 1.5xu - 5u = 70 \end{cases}, \text{两式消去 } x, \text{ 得到 } u=7, \text{ 选 E}$$

6. 设罪犯与警察在一开阔地上相隔一条宽0.5公里的河，罪犯从北岸A点处以每分钟1公里的速度向正北逃窜，警察从南岸B点以每分钟2公里的速度向正东追击(如图)，则警察从B点到达最佳射击位置(即罪犯与警察相距最近的位置)所需的时间是（ ）



- A  $\frac{3}{5}$ 分    B  $\frac{5}{3}$ 分    C  $\frac{10}{7}$ 分    D  $\frac{7}{10}$ 分    E  $\frac{7}{5}$ 分

【参考答案】D

【知识点】二次函数求最值

【名师讲解】相当于求两点距离的最小值，根据勾股定理 $s^2 = (2 - 2t)^2 + (t + 0.5)^2 = 5t^2 - 7t + 4.25$ ，

看成开口向上的抛物线，解得在对称轴 $t = \frac{7}{10}$ 时有最小值，距离最短，选 D

7. 一个人的血型为 O、A、B、AB 型的概率分别为 0.46、0.40、0.11、0.03。现任选 5 人，则至多一人血型为 O 型的概率为（ ）

- A 0.045    B 0.196    C 0.201    D 0.241    E 0.461

【参考答案】D

【知识点】贝努力概型

【名师讲解】是 o 型血的概率是 0.46，不是 O 型血的概率是 0.54，5 人至多有一人是 O 型的概率：

$$P = 0.54^5 + C_5^1 0.46 \times 0.54^4 = 0.241, \text{ 选 D}$$

## 二. 条件充分性判断

8. 方程 $\sqrt{x-p} = x$ 有两个不相等的正根。

---

(1)  $p \geq 0$

(2)  $p < \frac{1}{4}$

【参考答案】E

【知识点】无理方程判断根

【名师讲解】法(1)  $\sqrt{x-p} = x \Rightarrow x-p = x^2 \Rightarrow x^2 - x + p = 0$  有两个不等的正根, 故

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4p > 0 \\ x_1 x_2 = p > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < p < \frac{1}{4}, \text{两个条件都不充分, 联合也不充分, 选E; 法(2) 当 } p=0 \text{ 时, 原式}$$

$\sqrt{x} = x \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1$ ; 0 不是正根, 而两个条件都有 0, 所以都不充分, 选 E

9. 整数数列  $a, b, c, d$  中  $a, b, c$  成等比数列,  $b, c, d$  成等差数列。

(1)  $b = 10, d = 6a$

(2)  $b = -10, d = 6a$

【参考答案】E

【知识点】已知等差、等比数列求参数

【名师讲解】(1) (2) 中都没有关于  $c$  的关系, 所以  $c$  的值不能确定, 联合都不充分, 选 E