

2008 年 1 月联考数学真题

1、
$$\frac{(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}}{3\times 3^2\times 3^3\times 3^4\times \cdots\times 3^{10}} = (\quad)$$

- A $\frac{1}{2}\times 3^{10}+3^{19}$ B $\frac{1}{2}+3^{19}$ C $\frac{1}{2}\times 3^{19}$ D $\frac{1}{2}\times 3^9$ E 以上结果均不正确

【参考答案】D

【知识点】长串数字的化简计算

【名师讲解】原式

$$\begin{aligned} &= \frac{(1-3)\left[(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}\right]}{(1-3)\times 3\times 3^2\times 3^3\times 3^4\times \cdots\times 3^{10}} \\ &= \frac{(1-3)(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{(1-3)}{2}}{(1-3)\times 3^{1+2+3+\cdots+10}} = \frac{1-3^{64}-1}{(-2)3^{55}} = \frac{1}{2}\times 3^9 \end{aligned}$$

2、若 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ ，则 $\triangle ABC$ ()

- A 等腰三角形 B 直角三角形 C 等边三角形 D 等腰直角三角形 E 以上结果都不对

【参考答案】C

【知识点】三角形判断

【名师讲解】 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$

故 $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$ ，即为等边三角形，选 C

3、P 是以 a 为边长的正方形， p_1 是以 P 的四边中点为顶点的正方形， p_2 是以 p_1 的四边中点为顶点的

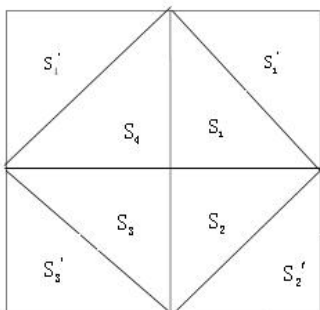
正方形，..... p_i 是以 p_{i-1} 的四边重点为顶点的正方形，则 p_6 的面积为 ()

- A $\frac{a^2}{16}$ B $\frac{a^2}{32}$ C $\frac{a^2}{40}$ D $\frac{a^2}{48}$ E $\frac{a^2}{64}$

【参考答案】E

【知识点】等比数列的通项 a_n

【名师讲解】



如图, $S_1 = S'_1$ $S_2 = S'_2$ $S_3 = S'_3$ $S_4 = S'_4$, 则 $S_{p1} = \frac{1}{2}S_p$, 同理 $S_{p2} = \frac{1}{2}S_{p1} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times S_p = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_p$

依次: $S_{p6} = \left(\frac{1}{2}\right)^6 S_p = \frac{1}{64}a^2 = \frac{a^2}{64}$, 选 E

4、某单位有 90 人, 其中有 65 人参加外语培训, 72 人参加计算机培训, 已知参加外语培训而没参加计算机培训的有 8 人, 则参加计算机培训而没参加外语培训的人数为 ()

A 5 B 8 C 10 D 12 E 15

【参考答案】E

【知识点】两饼问题

【名师讲解】由题设条件, 未参加外语培训的人数为 $90-65$ (人), 未参加计算机培训的人数为 $90-72=18$, 所以, 既为未参加外语培训又未参加计算培训的人数为 $18-8=10$ (人), 于是, 参加计算机培训而未参加外语培训的人数为 $25-10=15$ (人), 选 E

5、方程 $x^2 - (1+\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ 的两根分别为等腰三角形的腰 a 和底 b ($a < b$), 则该等腰三角形的面积是 ()

A $\frac{\sqrt{11}}{4}$ B $\frac{\sqrt{11}}{8}$ C $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D $\frac{\sqrt{3}}{5}$ E $\frac{\sqrt{3}}{8}$

【参考答案】C

【知识点】一元二次方程的根及三角形的面积

【名师讲解】 $x^2 - (1+\sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow (x-\sqrt{3})(x-1) = 0$, 故 $x_1 = \sqrt{3}$ $x_2 = 1$, $a < b$,

则: $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, $S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 选 C

6、一辆出租车有段时间的营运全在东西走向的一条大道上, 若规定向东为正, 向西为负, 且知该车的行使公里数依次为 -10, +6, +5, -8, +9, -15, +12, 则将最后一名乘客送到目的地时, 该车的位置 ()

A. 在首次出发地东面 1 公里处 B. 在首次出发地西面 1 公里处
C. 在首次出发地东面 2 公里处 D. 在首次出发地西面 2 公里处
E. 仍在首次出发地

【参考答案】B

【知识点】路程的方向问题

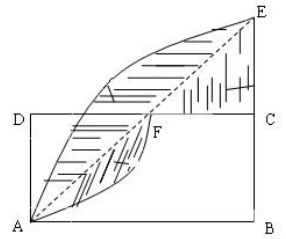
【名师讲解】由规定向东为正, 向西为负, 所以 -10 表示向西 10 公里, +6 表示再向东 6 公里, 所在位置为 $-10+6=-4$ 表示在首次出发向西 4 公里处, 最后一名乘客: $-10+6+5-8+9-15+12=-1$, 即在首次出发

地西面 1 公里处，选 B

7、如图所示，长方形 ABCD 中 AB=10 厘米，BC=5 厘米，以 AB 和 AD 分别为半径作 $\frac{1}{4}$ 圆，

则图中阴影部分的面积为（ ）厘米。

- A $25 - \frac{25}{2}\pi$ B $25 + \frac{25}{2}\pi$ C $50 + \frac{25}{4}\pi$
 D $\frac{125}{4}\pi - 50$ E 以上结果均不正确



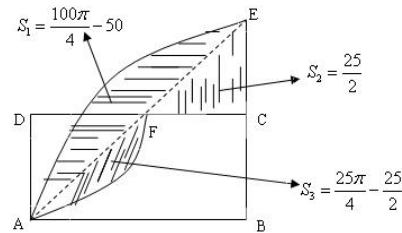
【参考答案】D

【知识点】组合图形面积计算

【名师讲解】如图，阴影部分面积

$$S = S_1 + S_2 + S_3 =$$

$$\left(\frac{100}{4}\pi - 50\right) + \frac{25}{2} + \left(\frac{25}{4}\pi - \frac{25}{2}\right) = \frac{125}{4}\pi - 50, \text{ 选 D}$$



8、若用浓度 30% 和 20% 的甲、乙两种食盐溶液配成浓度为 24% 的食盐溶液 500 克，则甲、乙两种溶液应各取（ ）

- A 180 克和 300 克 B 185 克和 315 克 C 190 克和 310 克
 D 195 克和 305 克 E 200 克和 300 克

【参考答案】E

【知识点】溶液混合问题

【名师讲解】设应取甲溶液 x 克， $\frac{30\%x + 20\%(500 - x)}{500} = 24\%$ ，解得 $x = 200$ ，所以乙取 300

克，选 E

9、将价值 200 元的甲原料与价值 480 元的乙原料配成一种新原料。若新原料每千克的售价分别比甲、乙原料每千克的售价少 3 元和多 1 元，则新原料的售价是（ ）

- A 15 元 B 16 元 C 17 元 D 18 元 E 19 元

【参考答案】C

【知识点】原材料混合问题

【名师讲解】设这样混合后售价为 x ，则甲售价为 $x+3$ ，乙售价为 $x-1$ 则根据混合前后总质量不变得：

$$\frac{200}{x+3} + \frac{480}{x-1} = \frac{680}{x}, \text{ 代入选项 } x=17 \text{ 满足上式，选 C}$$

10、直角边之和为 12 的直角三角形面积的最大值为（ ）

- A 16 B 18 C 20 D 22 E 不能确定

【参考答案】B

【知识点】三角形面积计算

【名师讲解】设两直角边 a 和 b 。则 $a+b=12$ 又 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ 所以 $ab \leq 36$;

$$s = \frac{ab}{2}, \text{ 所以 } s_{\max} = 18, \text{ 选 B}$$

11、如果数列的前 n 项和 $S_n = \frac{3}{2}a_n - 3$, 那么这个数列的通项公式是 ()

A $a_n = 2(n^2 + n + 1)$ B $a_n = 3 \times 2^n$ C $a_n = 3n + 1$ D $a_n = 2 \times 3^n$ E 以上结果都不对

【参考答案】D

【知识点】数列的通项 a_n

【名师讲解】法 (1) 由 $a_n = S_n - S_{n-1} = \left(\frac{3}{2}a_n - 3\right) - \left(\frac{3}{2}a_{n-1} - 3\right)$, 得到 $a_n = 3a_{n-1}$, 故数列是公比为

3 的等比数列, 又 $a_1 = S_1 = 6$, 故通项 $a_n = 2 \times 3^n$. 法 (2) 特殊值法, 令 $n=1$ 时: $S_1 = \frac{3}{2}a_1 - 3 \Rightarrow a_1 = 6$;

令 $n=2$ 时: $S_2 = \frac{3}{2}a_2 - 3 \Rightarrow a_2 = 18$; 将 $n=1, n=2$ 代入选项检验, 选 D

12、以直线 $y+x=0$ 为对称轴且与直线 $y-3x=2$ 对称的直线方程为 ()

A $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$ B $y = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$ C $y = -3x - 2$ D $y = -3x + 2$ E 以上都不对

【参考答案】A

【知识点】直线关于直线对称

【名师讲解】直线 $y-3x=2$ 关于 $y+x=0$ 的对称直线方程: 即将 $y=-x, x=-y$ 带入 $y-3x=2$ 整

理可以得到 $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$, 选 A

13、有两排座位, 前排 6 个座位, 后排 7 个座位。若安排 2 人就座, 规定前排中间 2 个座位不能坐, 且此 2 人始终不能相邻就坐, 则不同的坐法种数为 ()

A 92 B 93 C 94 D 95 E 96

【参考答案】C

【知识点】排列组合问题

【名师讲解】中间 2 个座位不能坐, 那么还剩下 11 个座位 P_{11}^2 , 其中里面包含两人相邻的情况要排除,

前排相邻有两种情况故 $2P_2^2$ ，后排两相邻有 6 中情况即 $6P_2^2$ ，故 $P_{11}^2 - 2P_2^2 - 6P_2^2 = 94$ ，选 C

14、若从原点出发的质点 M 向 x 轴的正向移动一个和两个坐标单位的概率分别是 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{3}$ ，则该质点

移动 3 个坐标单位到达点 $x = 3$ 的概率是 ()

- A $\frac{19}{27}$ B $\frac{20}{27}$ C $\frac{7}{9}$ D $\frac{22}{27}$ E $\frac{23}{27}$

【参考答案】B

【知识点】独立事件

【名师讲解】因为要移动 3 个单位，则有三种情况，

1、先移 2 个单位，再移 1 个单位 $p_1 = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$

2、先移 1 个单位，再移 2 个单位 $p_2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$ ；

3、每次都移一个单位，共移了 3 次 $p_3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$

所以总概率为 $p = p_1 + p_2 + p_3 = \frac{20}{27}$ ，选 B

15、某乒乓球男子单打决赛在甲、乙两选手间进行，比赛采用 7 局 4 胜制。已知每局比赛甲选手战胜乙选手的概率均为 0.7，则甲以 4:1 战胜乙的概率为 ()

- A 0.84×0.7^3 B 0.7×0.7^3 C 0.3×0.7^3 D 0.9×0.7^3 E 以上都不对

【参考答案】A

【知识点】比赛问题

【名师讲解】甲选手以 4:1 战胜乙选手表示：总共战 5 场，前 4 局甲胜 3 局，第五场甲必胜，所以

概率 $P = 0.7 \times C_4^3 (0.7)^3 (1-0.7) = 0.84 \times (0.7)^3$ ，选 A

16、本学期某大学的 a 个学生，或者付 x 元的全额学费或者付半额学费。付全额学费的学生所付的学费占这 a 个学生所付学费总额的比率是 $\frac{1}{3}$

- (1) 在这 a 个学生中，20% 的人付全额学费
(2) 这 a 个学生本学期共付 9210 元学费

【参考答案】A

【知识点】求部分量占总量的比值

【名师讲解】条件 (1) 20% 人付全额学费，即交费为 $0.2ax$ ，剩余交学费 $0.8a \frac{x}{2} = 0.4ax$

故付全额学费占总额比率为 $\frac{0.2ax}{0.2ax + 0.4ax} = \frac{1}{3}$ ，充分；条件 (2) 不知道百分比，信息量不够，不充

分, 故选 A

17、两直线 $y = x + 1, y = ax + 7$ 与 x 轴所围成的面积 $\frac{27}{4}$

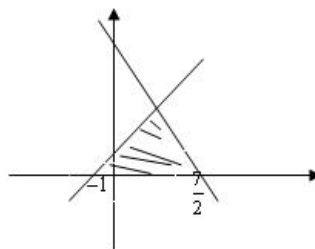
- (1) $a = -3$
- (2) $a = -2$

【参考答案】B

【知识点】三条直线围成的三角形面积

【名师讲解】将 (1) (2) 分别带入直线: (1) 不充分; (2)

$y = x + 1, y = -2x + 7$ 交点为 $(2, 3)$ 则如图, 面积为



$\left(\frac{7}{2} + 1\right) \times \frac{3}{2} = \frac{27}{4}$ 充分, 选 B.

18、 $f(x)$ 有最小值 2

- (1) $f(x) = \left|x - \frac{5}{12}\right| + \left|x - \frac{1}{12}\right|$
- (2) $f(x) = |x - 2| + |4 - x|$

【参考答案】B

【知识点】绝对值的最值

【名师讲解】根据结论公式: $y = |x - a| + |x - b|$ 的最小值为 $|a - b|$, 故条件 (2) 充分, 选 B

19、申请驾驶执照时, 必须参加理论考试和路考, 且两种考试均通过。若在同一批学员中有 70% 的人通过了理论考试, 80% 的人通过了路考, 则最后领到驾驶执照的人有 60%

- (1) 10% 的人两种考试都没有通过
- (2) 20% 的人仅同过了路考

【参考答案】D

【知识点】集合问题

【名师讲解】设通过理论考试 A; 通过路考 B; 则 $p(A) = 0.7, p(B) = 0.8$

(1) $p(\overline{AB}) = p(\overline{A+B}) = 0.1$ 则 $p(A+B) = 0.9 = P(A) + P(B) - P(AB) \Rightarrow P(AB) = 0.6$, 充分

(2) $0.8 - 0.2 = 0.6$ 充分, 所以选 D

20、 $S_2 + S_5 = 2S_8$

(1) 等比数列前 n 项和为 S_n , 且公比 $q = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

(2) 等比数列前 n 项和为 S_n , 且公比 $q = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

【参考答案】A

【知识点】数列的前 n 项和

【名师讲解】从结论探讨 $S_2 + S_5 = 2S_8$, 可以得到

$$S_2 - S_5 = 2S_8 - 2S_5, \frac{S_8 - S_5}{S_5 - S_2} = -\frac{1}{2} = \frac{a_8 + a_7 + a_6}{a_5 + a_4 + a_3} = \frac{(a_5 + a_4 + a_3)q^3}{a_5 + a_4 + a_3} = q^3 \Rightarrow q = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}, \text{选 A}$$

21、方程 $2ax^2 - 2x - 3a + 5 = 0$ 的一个根大于 1, 另一个跟小于 1。

(1) $a > 3$

(2) $a < 0$

【参考答案】D

【知识点】方程根的分布

【名师讲解】记住结论: 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根大于 k , 另一个根小于 k , 则只需 $af(k) < 0$

即可, 因此根据结论得 $af(1) < 0$, 得到 $a(3-a) < 0 \Rightarrow a < 0$ 或 $a > 3$, 所以条件 (1) (2) 都充分, 选 D

22、动点 (x, y) 的轨迹是圆

(1) $|x-1| + |y| = 4$

(2) $3(x^2 + y^2) + 6x - 9y + 1 = 0$

【参考答案】B

【知识点】圆的判定

【名师讲解】条件 (1) 得到的为正方形, 不充分; 条件 (2) 整理得

$$x^2 + y^2 + 2x - 3y + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{35}{12}, \text{为圆的标准方程, 充分, 选 B}$$

23、一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量 (不计包装重量) 为 700 克

(1) 一类贺卡重量是二类贺卡重量的 3 倍

(2) 一张一类贺卡与两张二类贺卡总重量是 $\frac{100}{3}$ 克

【参考答案】C

【知识点】根据部分量求总量

【名师讲解】显然单独信息量不够，(1)(2)条件联合，设二类重量为 x ，则一类重量为 $3x$ ，再有条件 (2) $3x + 2x = \frac{100}{3} \Rightarrow x = \frac{20}{3}$ ，且一类重量为 $\frac{60}{3}$ ，带入 $25 \times \frac{60}{3} + 30 \times \frac{20}{3} = 500 + 200 = 700$

24、 $a = -4$

(1) 点 $A(1, 0)$ 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 的对称点是 $A'(\frac{a}{4}, -\frac{a}{2})$

(2) 直线 $l_1: (2+a)x + 5y = 1$ 与直线 $l_2: ax + (2+a)y = 2$ 垂直

【参考答案】A

【知识点】点关于直线对称、垂直

【名师讲解】(1) $A(1, 0)$ 关于直线 $x - y + 1 = 0$ 对称点为 $(-1, 2)$ ，故 $a = -4$ ，充分；(2)

$l_1: (2+a)x + 5y = 1$ ， $l_2: ax + (2+a)y = 2$ 垂直，可以根据垂直公式得： $(2+a)a + 5(2+a) = 0$ ，解得 $a \neq -4$ 不充分，选 A

25、公路 AB 上各站之间共有 90 种不同的车票

(1) 公路 AB 上有 10 个车站，每两站之间都有往返车票

(2) 公路 AB 上有 9 个车站，每两站之间都有往返车票

【参考答案】A

【知识点】排列问题

【名师讲解】条件 (1) 10 个车站任取 2 个车站有 C_{10}^2 ，又为往返车票，故有 $2C_{10}^2 = 90$ ，充分；同理条件 (2) $2C_9^2 = 72$ 种，不充分，选 A

26、 $(2x^2 + x + 3)(-x^2 + 2x + 3) < 0$

(1) $x \in [-3, -2]$

(2) $x \in (4, 5)$

【参考答案】D

【知识点】不等式求解集

【名师讲解】 $y = 2x^2 + x + 3$ 恒大于 0； $(2x^2 + x + 3)(-x^2 + 2x + 3) < 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 < 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) > 0$

得到 $x > 3$ 或者 $x < -1$ ，所以条件 (1)(2) 都充分，选 D

27、 $ab^2 < cb^2$

(1) 实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$

(2) 实数 a, b, c 满足 $a < b < c$

【参考答案】E

【知识点】实数的大小比较

【名师讲解】条件 (1) 取 $b=0$, 不充分, 条件 (2) 取 $b=0$, 不充分; (1) (2) 联合, 同样取 $b=0$, 不充分, 选 E

28、圆 $C_1: (x - \frac{3}{2})^2 + (y - 2)^2 = r^2$ 与圆 $C_2: x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ 有交点.

(1) $0 < r < \frac{5}{2}$

(2) $r > \frac{15}{2}$

【参考答案】E

【知识点】两圆的位置关系

【名师讲解】 $C_2: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$, $O_1O_2 = \frac{5}{2}$, 两圆有交点的条件为 $|r_1 - r_2| \leq O_1O_2 \leq r_1 + r_2$,

则 $|r - 5| \leq \frac{5}{2} \leq r + 5$, 解得: $\frac{5}{2} \leq r \leq \frac{15}{2}$, (1) (2) 都不充分, 选 E

29、 $a > b$

(1) a, b 为实数, 且 $a^2 > b^2$

(2) a, b 为实数, 且 $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$

【参考答案】B

【知识点】指数和幂函数的单调性

【名师讲解】条件 (1) 因为不知道 a, b 的正负性, 显然不充分; 条件 (2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 为单调递减函数, $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$, 故 $a > b$, 条件充分, 故选 B

30、 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{a+c}{|b|} + \frac{b+a}{|c|} = 1$

(1) 实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$

(2) 实数 a, b, c 满足 $abc > 0$

【参考答案】C

【知识点】绝对值的分式化简

【名师讲解】显然（1）（2）单独不充分，考虑（1）（2）的联合，不妨设 $a > b > c$ ，故由条件（1）（2）知， $a > 0$ ， $b < 0$ ， $c < 0$ ，两负一正，因为 $a + b + c = 0$ ，所以

$$\frac{b+c}{|a|} + \frac{a+c}{|b|} + \frac{b+a}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-b}{|b|} + \frac{-c}{|c|} = -1 + 1 + 1 = 1, \text{ 选 C}$$

喜马拉雅