

2012年1月联考数学真题

- 1、某商品定价为200元，受金融危机的影响，连续两次降价20%以后的售价是（ ）
A 114元 B 120元 C 128元 D 144元 E 160元

【参考答案】C

【知识点】比例问题

【名师讲解】连续两次降价20%以后的售价为 $200 \times (1 - 20\%) \times (1 - 20\%) = 128$ ，故选C

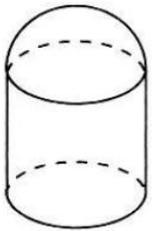
- 2、在一次捐赠活动中，某市将捐赠的物品打包成件，其中帐篷和食品共320件，帐篷比食品多80件，则帐篷的件数是（ ）
A 80 B 200 C 230 D 240 E 260

【参考答案】B

【知识点】总量与部分量

【名师讲解】假设食品增加80件，则帐篷占总数的一半，故帐篷为 $(320 + 80) / 2 = 200$ 件，故选B

- 3、如图，一个储物罐的下半部分的底面直径与高均是20m的圆柱形，上半部分（顶部）是半球形，已知底面与顶部的造价是 $400 \text{ 元}/\text{m}^2$ ，侧面的造价是 $300 \text{ 元}/\text{m}^2$ ，该储物罐的造价是（ $\pi = 3.14$ ）（ ）
A 56.52万元 B 62.8万元 C 75.36万元
D 87.92万元 E 100.48万元



【参考答案】C

【知识点】根据表面积求价格

【名师讲解】总造价 $2\pi \cdot 10^2 \cdot 400 + \pi \cdot 10^2 \cdot 400 + \pi \cdot 20^2 \cdot 300 = 240000\pi = 75.36$ 万元，故选C

- 4、再一次商品促销活动中，主持人出示一个9位数，让顾客猜测商品的价格，商品的价格是该9位数中从左到右相邻的3个数字组成的3位数，若主持人出示的是513535319，则顾客一次猜中价格的概率是（ ）
A $\frac{1}{7}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{2}{7}$ E $\frac{1}{3}$

【参考答案】B

【知识点】数字问题

【名师讲解】穷举法，从左到右相邻的3个数字组成的3位数有：513、135、353、535、353、531、319，去掉重复的353，总共6中，选出一种概率为 $\frac{1}{6}$ ，故选B

5、某商店经营 15 中商品，每次在橱窗内陈列 5 中，若每两次陈列的商品不完全相同，则最多可陈列（ ）

- A 3000 次 B 3003 次 C 4000 次 D 4003 次 E 4300 次

【参考答案】B

【知识点】不相同类型元素选取

【名师讲解】要保证最多的陈列次数，只需从 15 中选出 5 中，这 5 中商品一定是不完全相同，有

$$C_{15}^5 = 3003 \text{ 种，故选项 B}$$

6、甲、乙、丙三个地区的公务员参加一次测评，其人数和考分情况如表所列：

地区 \ 分数	分 数			
	6	7	8	9
甲	10	10	10	10
乙	15	15	10	20
丙	10	10	15	15

三个地区按平均分由高到低的排名顺序为（ ）

- A 乙、丙、甲 B 乙、甲、丙 C 甲、丙、乙
D 丙、甲、乙 E 丙、乙、甲

【参考答案】E

【知识点】平均分的比较

【名师讲解】根据平均分的定义可以计算出：

$$\text{甲的平均分} = \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 10 + 9 \times 10}{40} = 7.5$$

$$\text{乙的平均分} = \frac{6 \times 15 + 7 \times 15 + 8 \times 10 + 9 \times 20}{60} \approx 7.6$$

$$\text{丙的平均分} = \frac{6 \times 10 + 7 \times 10 + 8 \times 15 + 9 \times 15}{50} = 7.7$$

故丙 > 乙 > 甲，故选 E

7、经统计，某机场的一个安检口每天中午办理安检手续的乘客及相应的概率如表所列

乘客人数	0~5	6~10	11~15	16~20	21~25	25 以上
概率	0.1	0.2	0.2	0.25	0.2	0.05

该安检口 2 天中至少有 1 天中午办理安检手续的乘客人数超过 15 的概率是（ ）

- A 0.2 B 0.25 C 0.4 D 0.5 E 0.75

【参考答案】E

【知识点】独立事件

【名师讲解】每天超过 15 的概率为 $0.25 + 0.2 + 0.05 = 0.5$ ，所以 2 天中至少有 1 天中午办理安检手续的乘客人数超过 15 的概率为 $1 - 0.5 \times 0.5 = 0.75$ ，故选 E

8、某人在保险柜中存放了 M 元现金，第一天取出它的 $\frac{2}{3}$ ，以后每天取出前一天所取出的 $\frac{1}{3}$ ，共取出了 7 天，保险柜中剩余的现金为 ()。

- A $\frac{M}{3^7}$ 元 B $\frac{M}{3^6}$ 元 C $\frac{2M}{3^6}$ 元 D $[1 - (\frac{2}{3})^7]M$ 元 E $[1 - 7(\frac{2}{3})^7]M$

【参考答案】A

【知识点】等比数列求和

【名师讲解】第一天用了 $\frac{2}{3}$ ，第二天用了 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$ ，第三天用了 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$ ，... 故最后剩余的

现金为 $M \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots + \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} \right)^6 \right) \right] = \frac{M}{3^7}$ ，故选 A

9、在直角坐标系中，若平面区域 D 中所有点的坐标 (x, y) 均满足 $0 \leq x \leq 6$ ， $0 \leq y \leq 6$ ，

$|y - x| \leq 3, x^2 + y^2 \geq 9$ ，则 D 的面积是 ()

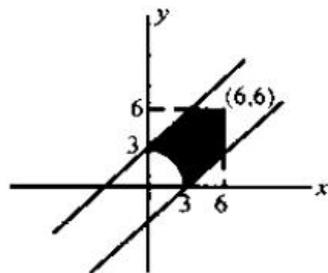
- A $\frac{9}{4}(1 + 4\pi)$ B $9(4 - \frac{\pi}{4})$ C $9(3 - \frac{\pi}{4})$ D $\frac{9}{4}(2 + \pi)$ E $\frac{9}{4}(1 + \pi)$

【参考答案】C

【知识点】根据方程求面积

【名师讲解】画出图像如图，阴影部分面积可用正方形面积减去 2 个三角形面积

和 $\frac{1}{4}$ 圆的面积即： $S = 36 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3^2 - \frac{\pi}{4} \times 3^2 = 9(3 - \frac{\pi}{4})$ ，故选 C



10、某单位春季植树 100 棵，前 2 天安排乙组植树，其余任务有甲、乙两组用 3 天完成，已知甲组每天比乙组多植树 4 棵，则甲组每天植树 ()

- A 11 棵 B 12 棵 C 13 棵 D 15 棵 E 17 棵

【参考答案】D

【知识点】求工作效率

【名师讲解】设甲每天植树 x 棵，则乙每天植树 $x - 4$ 棵，由题意可得：甲一共植树 3 天，乙一共植

树 5 天，所以 $3x + 5(x - 4) = 100$ ，解得 $x = 15$ ，故选 D

- 11、在两队进行的羽毛球对抗赛中，每队派出 3 男 2 女共 5 名运动员进行 5 局单打比赛，如果女子比赛安排在第二和第四局进行，则每队队员的不同出场顺序有 ()
- A 12 种 B 10 种 C 8 种 D 6 种 E 4 种

【参考答案】A

【知识点】排列组合

【名师讲解】女生安排在第二和第四局两个不同位置，男生安排在第一、第三、第五局三个不同位置，由于位置固定，只需要将 2 个女生全排和 3 个男生全排，故方法有 $2! \times 3! = 12$ 种，故选 A

- 12、若 $x^3 + x^2 + ax + b$ 能被 $x^3 - 3x + 2$ 整除，则 ()

- A $a = 4, b = 4$ B $a = -4, b = -4$ C $a = 10, b = -8$
 D $a = -10, b = 8$ E $a = 2, b = 0$

【参考答案】D

【知识点】多项式整除

【名师讲解】 $x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ ，根据因式定理，将 $x_1 = 2, x_2 = 1$ 代入式子

$$x^3 + x^2 + ax + b = 0, \text{ 得 } \begin{cases} 2^3 + 2^2 + 2a + b = 0 \\ 1^3 + 1^2 + a + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } a = -10, b = 8, \text{ 故选 D}$$

- 13、某公司计划运送 180 台电视机和 110 台洗衣机下乡，现有两种货车，甲种货车每辆最多可载 40 台电视机和 10 台洗衣机，乙种货车每辆最多可载 20 台电视机和 20 台洗衣机，已知甲、乙两种货车的租金分别是每辆 400 元和 360 元，则最少的运费是 ()
- A 2560 元 B 2600 元 C 2640 元 D 2680 元 E 2720 元

【参考答案】B

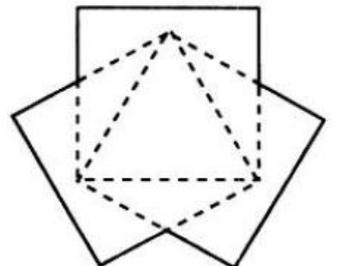
【知识点】不等式的最值

【名师讲解】设甲车 x 辆，乙车 y 辆，由题意可得：
$$\begin{cases} 40x + 20y \geq 180 \\ 10x + 20y \geq 110 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 9 \\ x + 2y \geq 11 \end{cases}, \text{ 由于乙的}$$

运费便宜，所以乙越多越好，甲越少越好，甲 2 辆，乙 5 辆的时候，费用 2600 元，故选 B

- 14、如图，三个边长为 1 的正方形所组成区域（实线区域）的面积 ()

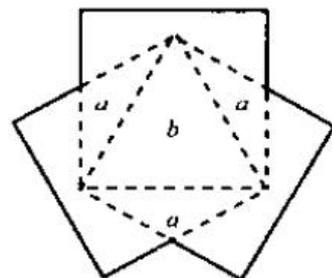
- A $3 - \sqrt{2}$ B $3 - \frac{3\sqrt{2}}{4}$ C $3 - \sqrt{3}$
 D $3 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ E $3 - \frac{3\sqrt{3}}{4}$



【参考答案】E

【知识点】图形重合的多边形面积

【名师讲解】如图所示， a 区域为两两正方形重合的面积， b 为三个正方形重合的面积，故总面积 $ab \leq \frac{9}{8}$ ，(S_a 表示图中三个三角形区域面积， S_b 表示中间的等边三角形面积，且 $S_a = S_b$)，故选 E

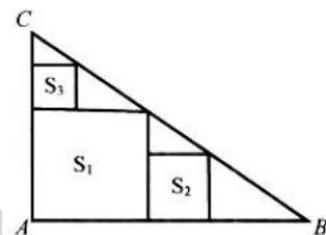


15、如图， $\triangle ABC$ 是直角三角形， S_1, S_2, S_3 为正方形，已知 a, b, c 分别是

S_1, S_2, S_3 的边长，则 ()

A $a = b + c$ B $a^2 = b^3 + c^2$ C $a^2 = 2b^2 + 2c^2$

D $a^3 = b^3 + c^3$ E $a^3 = 2b^3 + 2c^3$

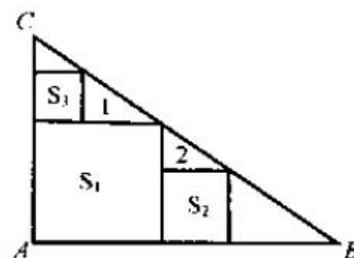


【参考答案】A

【知识点】求解长度

【名师讲解】如图所示，直角三角形 1 与直角三角形 2 相似，故对应的直角边成比例，

得到： $\frac{c}{a-b} = \frac{a-c}{b} \Rightarrow bc = a^2 - ac - ab + bc \Rightarrow a = b + c$



16、一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根.

(1) $b < -2$ (2) $b > 2$

【参考答案】D

【知识点】根的分佈

【名师讲解】判别式 $\Delta = b^2 - 4 > 0$ ，得到 $b < -2$ 或 $b > 2$ ，条件 (1) (2) 都充分，故选 D

17、直线 $y = ax + b$ 过第二象限

(1) $a = -1, b = 1$ (2) $a = 1, b = -1$

【参考答案】A

【知识点】直线经过的象限

【名师讲解】由 (1) 直线通过第一、二、四象限，充分；由 (2) 直线通过第一、三、四象限，所以 (1) 充分，(2) 不充分，故选 A

18、数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 分别为等比数列与等差数列， $a_1 = b_1 = 1$ ，则 $b_2 \geq a_2$

$$(1) a_2 > 0$$

$$(2) a_{10} = b_{10}$$

【参考答案】C

【知识点】数列元素的大小比较

【名师讲解】条件(1)，条件(2)显然单独信息量不足以推出结论，因而考虑联合：

因为 $a_2 > 0$ ，所以等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 0$ ，且各项均为整数。

$$\begin{cases} a_{10} = q^9 \\ b_{10} = 1 + 9d \end{cases} \text{ 又因为 } a_{10} = b_{10}, \text{ 所以 } q^9 = 1 + 9d, d = \frac{q^9 - 1}{9}$$

$$b_2 = 1 + d = 1 + \frac{q^9 - 1}{9} = \frac{q^9 + 8}{9} = \frac{q^9 + 1 + 1 + \dots + 1}{9} \geq \sqrt[9]{q^9} = q = a_2, \text{ 故 } b_2 \geq a_2,$$

当 $q = 1$ 时等号成立，故选 C

19、某产品有两道独立工序加工完成，则该产品是合格品的概率大于 0.8.

(1) 每到工序的合格率为 0.81

(2) 每到工序的合格率为 0.9

【参考答案】B

【知识点】独立事件

【名师讲解】该产品是合格品的概率等于两道工序都为合格品的概率相乘，由(1)得到概率 $P = 0.81 \times 0.81 < 0.8$ 不充分，由(2)得到概率 $P = 0.9 \times 0.9 > 0.8$ ，充分，选 B

20、已知 m, n 是正整数，则 m 是偶数

(1) $3m + 2n$ 是偶数

(2) $3m^2 + 2n^2$ 是偶数

【参考答案】D

【知识点】奇数和偶数的组合性质

【名师讲解】由于 $2n$ 和 $2n^2$ 都为偶数，故 $3m$ 和 $3m^2$ 也为偶数，而 3 又是奇数，所以得到 m 是偶数，所以两个条件充分，选 D

21、已知 a, b 是实数，则 $a > b$

(1) $a^2 > b^2$

(2) $a^2 > b$

【参考答案】E

【知识点】实数的大小比较

【名师讲解】由于不知道正负符号，所以无法确定 a 与 b 的大小，有可能 a 为负数， b 为正数，则 a 小于 b ，故选 E

22、在某次考试中，3 道题中答对 2 道即为及格，假设某人答对各题的概率相同，则此

人及格的概率是 $\frac{20}{27}$

(1) 答对各题的概率为 $\frac{2}{3}$

(2) 3 道题全部答错的概率为 $\frac{1}{27}$

【参考答案】D

【知识点】贝努力公式

【名师讲解】由 (1) (2) 都可以得到答对各题的概率为 $\frac{2}{3}$ ，再由贝努里公式，此人及格的概率为

$$C_3^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{20}{27}, \text{ 条件都是充分的, 故选 D}$$

23、已知三种水果的平均价格为 10 元/千克，则每种水果的价格均不超过 18 元/千克

(1) 三种水果中价格最低的为 6 元/千克

(2) 购买重量分别是 1 千克、1 千克和 2 千克的三种水果公用了 46 元

【参考答案】D

【知识点】平均价与单价

【名师讲解】由题干三种水果的平均价格为 10 元/千克，得到三种水果的价格之和为 30 元/千克，由条件(1)最低为 6，则其他两种价格和为 24，若其中一种水果也为 6 元，则另一种价格为最高 $24-6=18$ ，未超过 18 元，条件(1)充分；由(2)设三种水果价格分别为 x, y, z ，则有 $x + y + z = 30$ ； $x + y + 2z = 46$ ，两式相减得到， $z = 16$ ， $x + y = 14$ ，显然不会超过 18，也充分，故选 D

24、某用户要建一个长方形的羊栏，则羊栏的面积大于 $500 m^2$

(1) 羊栏的周长为 120m

(2) 羊栏对角线的长不超过 50m

【参考答案】C

【知识点】平均值定理

【名师讲解】单独看两个条件，都可以举出反例，显然要联合，可设矩形的长与宽分别为 a 和 b ，

由 (1) 和 (2) 可得：
$$\begin{cases} a+b=60 \\ a^2+b^2 \leq 2500 \end{cases}, S=ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2+b^2)}{2} \geq \frac{3600-2500}{2} = 550, \text{ 选 C}$$

25、直线 $y = x + b$ 是抛物线 $y = x^2 + a$ 的切线

(1) $y = x + b$ 与 $y = x^2 + a$ 有且仅有一个交点

(2) $x^2 - x \geq b - a (x \in R)$

【参考答案】A

【知识点】判断直线与抛物线相切

【名师讲解】由 (1)，直线的斜率已经确定，并且仅有一个交点，所以只能相切，不会出现只有一个交点但不相切的情况，故充分；由 (2) 只能得到 $x^2 + a \geq x + b$ ，说明直线在抛物线的下方，并不一定相切，故选 A