

嘉禾博研教育集团 (内部资料)

2021 年全国硕士研究生入学统一考试综合数学真题

一、问题求解：本大题共15 小题，每小题3 分，共45 分。下列每题给出的五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

2021 年全国硕士研究生招生考试管理类专业学位联考

综合能力试题（数学真题）

一、问题求解：第 1~15 小题，每小题 3 分，共 45 分，下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的。请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

1、某便利店第一天售出 50 件商品，第二天售出 45 件商品，第三天售出 60 件商品，前两天售出的商品有 25 件相同，后两天售出的商品有 30 件相同，这三天售出的商品至少有（ ）件？

A.70 B.75 C.80 D.85 E.100

【答案】B

【解析】B

2、三位年轻人的年龄成等差数列，且最大与最小的年龄之差的 10

这三人中年龄最大的是（ ）

A.19 B.20 C.21 D.22 E.23

【答案】C

【解析】等差数列、多元一次方程

设三位年轻人的年龄分别为 a, b, c 且为整数，由已知得（两个条件解 3 个未知数）

$$\begin{cases} 2b = a + c \\ 10(c - a) = b \end{cases} \Rightarrow 19c - 21a = 0 \Rightarrow c = \frac{21}{19}a, \text{ 令 } a = 19k, \text{ 则 } c = 21k, b = 20k, \text{ 因此最大年龄 } 21.$$

$$3、\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = ()$$

A.9 B.10 C.11 D. $3\sqrt{11}-11$ E. $3\sqrt{11}$

【答案】A

【解析】裂项分析，原式 $= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{99}-\sqrt{98}) + (\sqrt{100}-\sqrt{99}) = 10-1=9$

4、设 p, q 是小于 10 的质数，则满足条件 $1 < \frac{q}{p} < 2$ 的 p, q 有（ ）组？

A.2 B.3 C.4 D.5 E.6

【答案】B

【解析】质数分析，考查 20 以内的质数，2,3,5,7,11,13,17,19 共 8 个，其中 10 以内的有 4 个，

满足 $1 < \frac{q}{p} < 2$ 的组合为 $\begin{cases} q=3 \\ p=2 \end{cases}$, $\begin{cases} q=5 \\ p=3 \end{cases}$, $\begin{cases} q=7 \\ p=5 \end{cases}$

5、设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 且 $f(2) = f(0)$, 则 $\frac{f(3)-f(2)}{f(2)-f(1)} = ()$

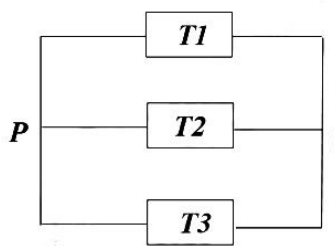
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

【答案】B

【解析】特值法, 假设二次函数为 $f(x) = (x-2)x$, 则 $\frac{f(3)-f(2)}{f(2)-f(1)} = \frac{3-0}{0-(-1)} = 3$

6、如图, 由 P 到 Q 的电路中有三个元件, 分别标记为 T_1, T_2, T_3 , 电流通过 T_1, T_2, T_3 的概率分别为 0.9, 0.9, 0.99, 假设电流通过三个元件是相互独立的, 则电流能在 P, Q 之间通过的概率是 $()$?

A. 0.8019 B. 0.9989 C. 0.999 D. 0.9999 E. 0.99999



【答案】D

【解析】只要电流能通过 P, Q , 可以是只通过 T_1, T_2, T_3 的任意一个, 或者通过其中的两个, 抑或三个都能通过, 也就是说至少通过一个。通过求对立事件, 一个都不通过, 则概率为 $(1-0.9)(1-0.9)(1-0.99) = 0.1 \times 0.1 \times 0.01 = 0.0001$, 因此概率为 $1-0.0001$

7、若球体的内接正方体的体积为 $8m^3$, 则该球体的表面积为 $()$?

A. $4\pi m^2$ B. $6\pi m^2$ C. $8\pi m^2$ D. $12\pi m^2$ E. 24

【答案】D

【解析】球体内接正方体即球体的直径 $2R = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3}a$, 其中 a 为正方体的棱长, 由已知得正方体的棱长 $a = 2$, 则球体的直径 $2R = 2\sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt{3}$, 球体的表面积为 $4\pi R^2 = 12\pi m^2$

8、甲乙两组同学中, 甲组有 3 名男同学, 3 名女同学, 乙有 4 名男同学, 2 名女同学, 从甲

乙两组中各选出 2 名同学，这 4 人中恰有 1 名女同学的选法有 () 种？

A. 26 B. 54 C. 70 D. 78 E. 105

【答案】D

【解析】简单的排列组合，选出的 4 人为 3 男 1 女，先分类后分步

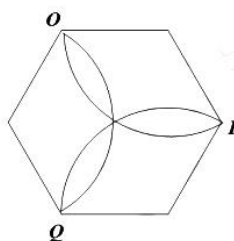
第一类：女生来自于甲， $C_3^1 C_3^1 C_4^2 = 54$

第二类：女生来自于乙， $C_2^1 C_4^1 C_3^2 = 24$

最终 $24+54=78$ 。

9、如图，正六边形的边长为 1，分别以正六边形的顶点 O, P, Q 为圆心，以 1 为半径作圆弧，则阴影部分的面积为 ()

A. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$ E. $2\pi - 3\sqrt{3}$



【答案】C

【解析】不规则图形转化为规则图形，由已知得正六边形的顶角为 $\frac{4 \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$ ，则阴影部分的

面积为 $6 \left(\frac{1}{6} \pi \times 1^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin 60^\circ \right) = 6 \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

10、已知 $ABCD$ 是圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的内接四边形，若 A, C 是直线 $x = 3$ 与圆 $x^2 + y^2 = 25$ 的交点，则四边形 $ABCD$ 面积最大值为 ()

A. 20 B. 24 C. 40 D. 48 E. 80

【答案】C

【解析】四边形面积转化为两个三角形的面积，要使 $ABCD$ 的面积最

求高的最大值，在圆内直径最长，因此四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40$ ，其中 10 为直径， $AC = 8$ 。

11、某商场利用抽奖方式促销，100 个奖券中设有 3 个一等奖，7 个二等奖，一等奖先于二等奖抽完的概率为（ ）

- A.0.1 B.0.5 C.0.6 D.0.7 E.0.73

【答案】D

12、现有甲乙两种浓度的酒精，已知用 10 升甲酒精和 12 升乙酒精可配成浓度为 70% 的酒精，用 20 升甲酒精和 8 升乙酒精可以配成浓度为 80% 的酒精，则甲酒精浓度为（ ）

- A.72% B. 80% C. 84% D. 88% E. 91%

【答案】E

【解析】方程法，设甲乙两种酒精的浓度分别为 x, y ，由已知得

$$\begin{cases} \frac{10x+12y}{10+12} = 70\% \\ \frac{20x+8y}{20+8} = 80\% \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0.91 \\ y = 0.525 \end{cases}$$

13、函数 $f(x) = x^2 - 4x - 2|x - 2|$ 的最小值为（ ）

- A.-4 B. -5 C.-6 D. -7 E. -8

【答案】B

【解析】绝对值方程，去绝对值

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 6x + 4, & x \geq 2 \\ x^2 - 2x - 4, & x \leq 2 \end{cases}, \text{ 分别在对称轴处取最值, 则最小值都为 } -5.$$

14、从装有 1 个红球，2 个白球，3 个黑球的袋子里随机抽出 3 个球，那么 3 个球的颜色至多有 2 种相同的概率为（ ）

- A.0.3 B. 0.4 C.0.5 D. 0.6 E. 0.7

【答案】E

【解析】排列组合求概率，总可能性 $C_6^3 = 20$ ；目标事件分类，2 种相同和 3 种相同

$$(1) \text{ 2 种相同, 2 个白球 } C_2^2(C_1^1 + C_3^2) = 4; \text{ 2 个黑球 } C_3^2(C_1^1 + C_2^1) = 9$$

$$(2) \text{ 3 种相同, 3 个黑球 } C_3^3 = 1$$

$$\text{因此概率为 } \frac{14}{20} = 0.7$$

15、甲乙两人相距 330km，两人驾车同时出发，经过 2 小时相遇，甲继续行驶 2 小时 24 分钟后到达乙的出发地，则乙的车速为（ ）

A. 70km/h B. 75km/h C. 80km/h D. 90km/h E. 96km/h

【答案】D

【解析】路程问题，列方程，设甲乙的车速为 x, y ，由已知得

$$\begin{cases} 2(x+y) = 330 \\ (2+2.4)x = 330 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 90 \end{cases}$$

二、条件充分性判断：第 16~25 小题，每小题 3 分，共 30 分。(1)

和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果，请选择一项符合试题要求的判断，在答题卡上将所选项的字母涂黑。

- (A) 条件 (1) 充分，但条件 (2) 不充分。
- (B) 条件 (2) 充分，但条件 (1) 不充分。
- (C) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分。
- (D) 条件 (1) 充分，条件 (2) 也充分。
- (E) 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分，条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

16、某班增加两名同学，该班的平均身高增加。

- (1) 增加的两名同学的平均身高与原来男同学的平均身高相同
- (2) 原来男同学的平均身高大于女同学的平均身高

【答案】C

【解析】显然地，单独都不充分，联合后可确定

17、清理一块场地，则甲乙丙三人能在 2 天内完成。

- (1) 甲乙两人需要 3 天；
- (2) 甲丙两人需要 4 天

【答案】E

【解析】显然地，未知数个数多于条件，单独都不充分，联合后可确定

18、某单位进行投票表决，已知该单位的男女员工人数之比为 3:2，则能确定至少有 50% 的女员工参加了投票。

- (1) 投赞成票的人数超过的总人数的 40%。
- (2) 参加投票的女员工比男员工多

【答案】C

19、设 a, b 为实数，则能确定 $|a| + |b|$ 的值

- (1) 已知 $|a+b|$ 的值；
- (2) 已知 $|a-b|$ 的值。

【答案】C

【解析】显然地，单独都不充分

20、设 a 为实数，圆 $C: x^2 + y^2 = ax + ay$ ，则能确定圆 C 的方程。

(1) 直线 $x + y = 1$ 与圆 C 相切；

(2) 直线 $x - y = 1$ 与圆 C 相切。

【答案】A

21、设 x, y 为实数，则能确定 $x \leq y$ 。

(1) $x^2 \leq y - 1$ ；

(2) $x^2 + (y - 2)^2 \leq 2$ ；

【答案】D

22、某人购买了果汁，牛奶和咖啡三种物品，已知果汁每瓶 12 元，牛奶每盒 15 元，咖啡每盒 35 元，则能确定所买物品的数量

(1) 总花费 104 元；

(2) 总花费 215 元；

【答案】A

23、某人开车上班，有一段路因维修限制通行，则可以算出此人上班的距离。

(1) 路上比平时多用了半小时；

(2) 已知维修路段的通行速度；

【答案】E

24、已知数列 $\{a_n\}$ ，则数列 $\{a_n\}$ 一定是等比数列。

(1) $a_n \cdot a_{n+1} > 0$ ；

(2) $a_{n+1}^2 - 2a_n^2 - a_n a_{n+1} = 0$

【答案】C

【解析】显然地单独都不充分，联合后条件 (2) 因式分解

$a_{n+1}^2 - 2a_n^2 - a_n a_{n+1} = (a_n - 2a_{n+1})(a_n + a_{n+1}) = 0$ ，因为 a_n 和 a_{n+1} 同号，因此 $a_n - 2a_{n+1} = 0$ ，充分。

25、给定两个直角三角形，则两个直角三角形显相似。

(1) 每个直角三角形的边长成等比数列；

嘉禾博研教育集团（内部资料）

（2）每个直角三角形的边长成等差数列

【答案】D

【解析】设其中一个直角三角形边长分别为 a_1, b_1, c_1 ，且 $a_1 < b_1 < c_1$ ，由题干得 $a_1^2 + b_1^2 = c_1^2$

条件（1） $b_1^2 = a_1 c_1$ ，因此可以得到 a_1, b_1, c_1 之间的关系，且只有一个未知参数，即 a_1, b_1 都可以表示成关于 c_1 的函数，同理另一个直角三角形， a_2, b_2 都可以表示成关于 c_2 的函数，显然任意的 c_1 和 c_2 都有一个相似比，因此三角形相似，

